

Outils théoriques du modèle standard

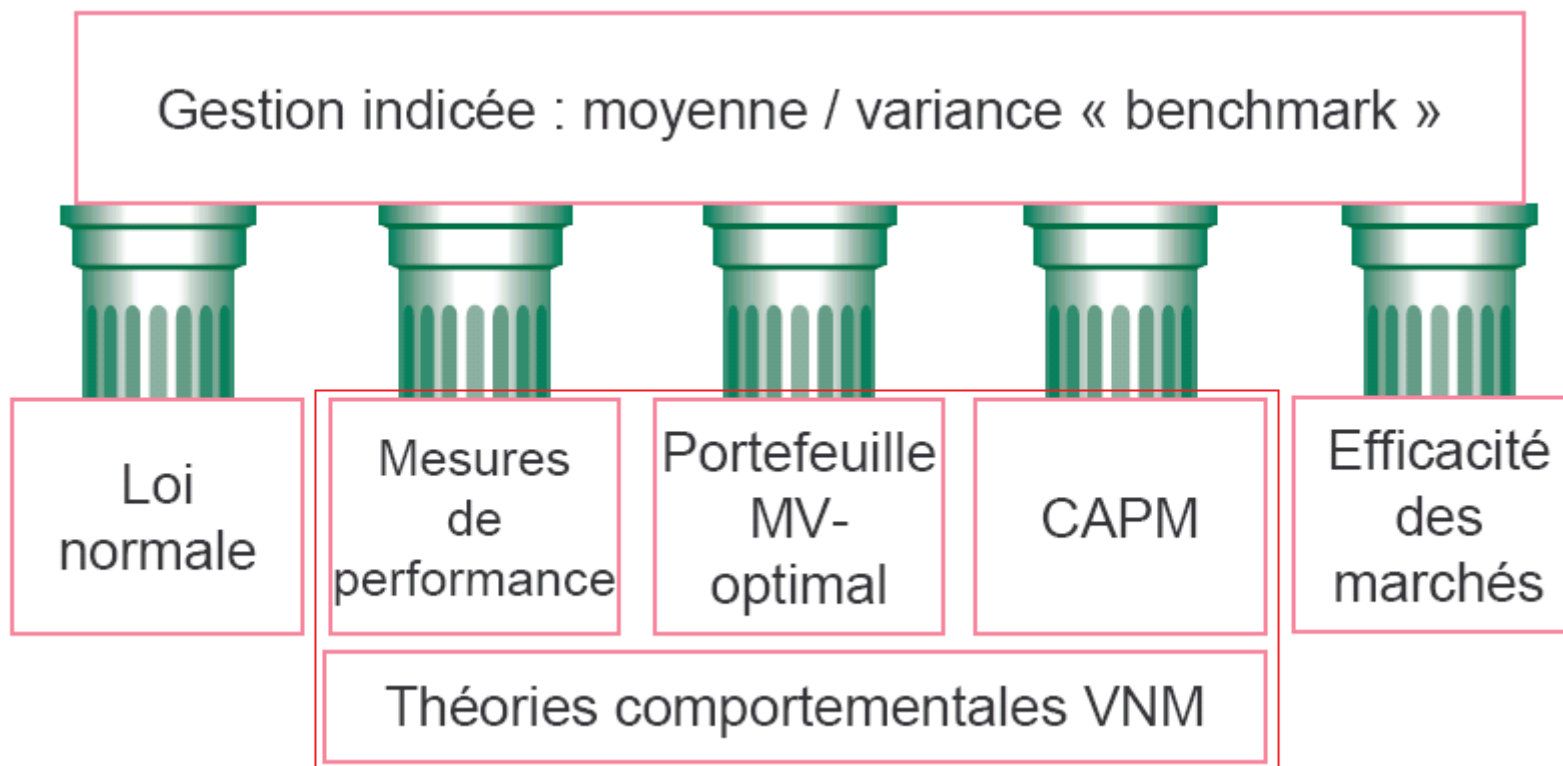
**MASTER 2003
Paris IX [Dauphine]
François Jubin**

Le portefeuille : la notion centrale du modèle standard

- On ne s'intéresse pas ici à la dynamique du prix d'un titre mais à celle d'un portefeuille composé de plusieurs titres
- Intuitivement, on s'intéresse à
 - La diversification et ses conséquences sur les résultats obtenus
 - La notion de risque et d'exposition au marché

Le modèle Standard de la gestion d'actifs

- Christian Walter – Présentation AFG 2005

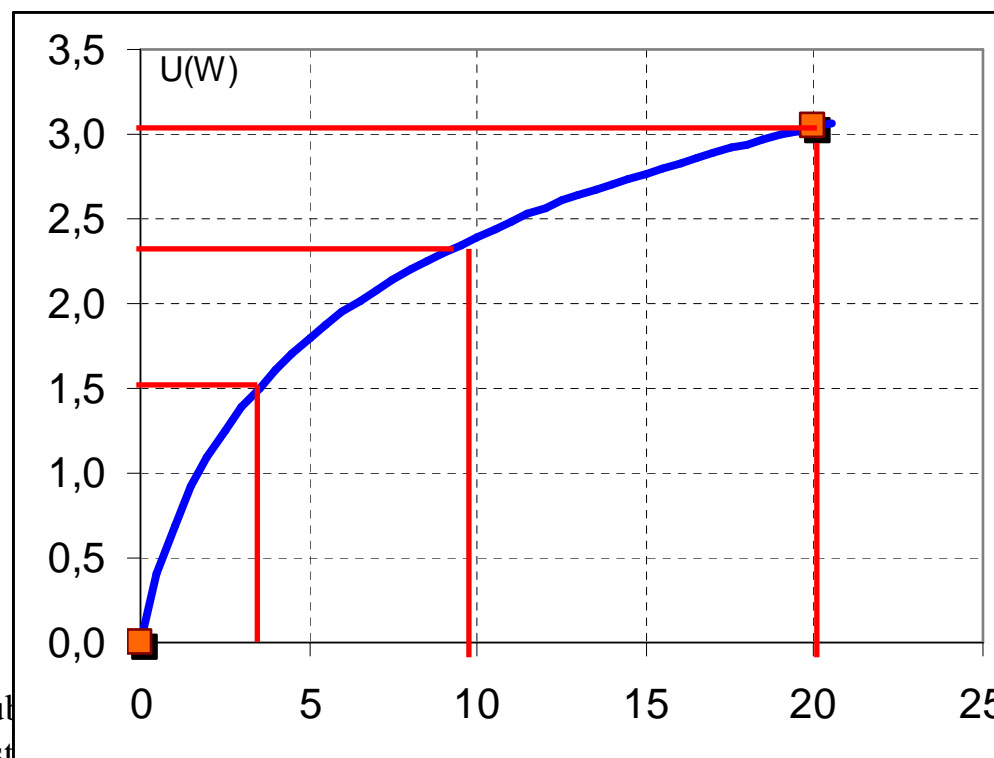


1. Théorie comportementale Von Newman Morgenstein (VNM)

- Von Newman Morgenstein (1947)
 - The theory of games and economic behavior
 - =>Axiomatique des choix dans l'incertain : Maximiser l'espérance de l'utilité.

- Formes de la Fonction d'utilité $U(.)$ de la richesse (W)
 - Croissante
 - => $U' > 0$
 - Concave : $E[U(W)] < U[E(W)]$
 - => utilité marginale décroissante : $U'' < 0$
 - => aversion pour le risque

- Prime de risque
 - $-0.5 * U'' / U' * \text{var}(e)$



2. Portefeuille Moyenne / Variance Optimal (Markovitz)

- L'idée de *Markowitz*
 - Panacher les actifs d'une façon telle qu'on n'y fait pas de *choix incohérents*, conduisant par exemple à panacher des actions A et des actions B pour obtenir un couple revenu/risque *plus performant à risque équivalent* que ce qu'auraient procuré par exemple des actions C.
- Principe :
 - Par le jeu des corrélations imparfaites, la volatilité d'un portefeuille est inférieure à la moyenne des volatilités des titres du portefeuille .
 - $\text{Vol_PTF} < a*\text{Vol_A} + b*\text{Vol_B}$
- Sur le plan technique,
 - il s'agit d'un problème d'optimisation quadratique assez banal. Son originalité est essentiellement l'application de ce modèle d'ingénieur au monde de la finance.

Le critère Espérance - Variance

- De plus, les évolutions du marché sont supposées suivre une distribution symétrique (loi Normale).
 - Par conséquent, seuls le rendement attendu (l'espérance de gain) et la volatilité (écart-type) sont les paramètres examinés par l'investisseur.
 - Ce dernier ne tient pas compte des autres caractéristiques de la distribution des gains, comme son asymétrie ou même le niveau de fortune investi.

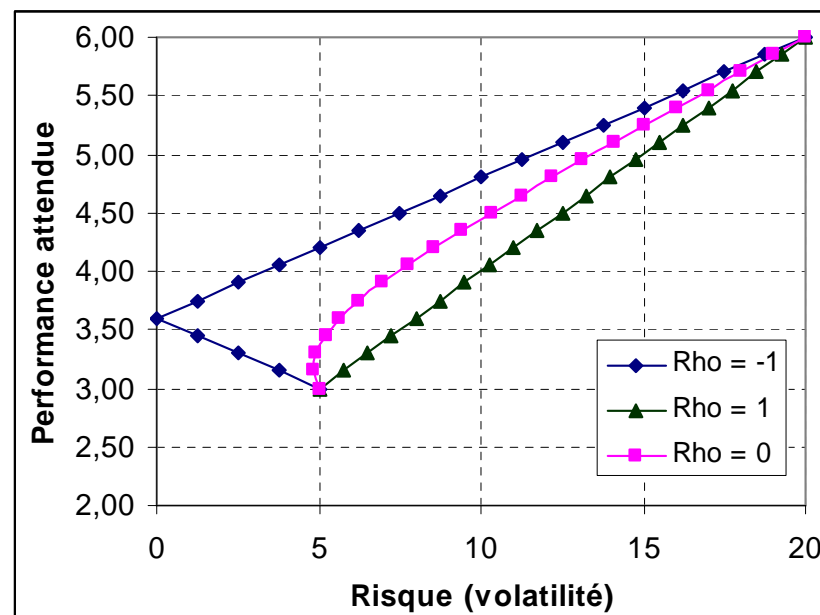
- Rendement attendu (espérance) :
$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i)$$

- Variance du portefeuille : La variance du portefeuille est la somme des produits des poids w_i de chaque couple d'actifs par leur covariance

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

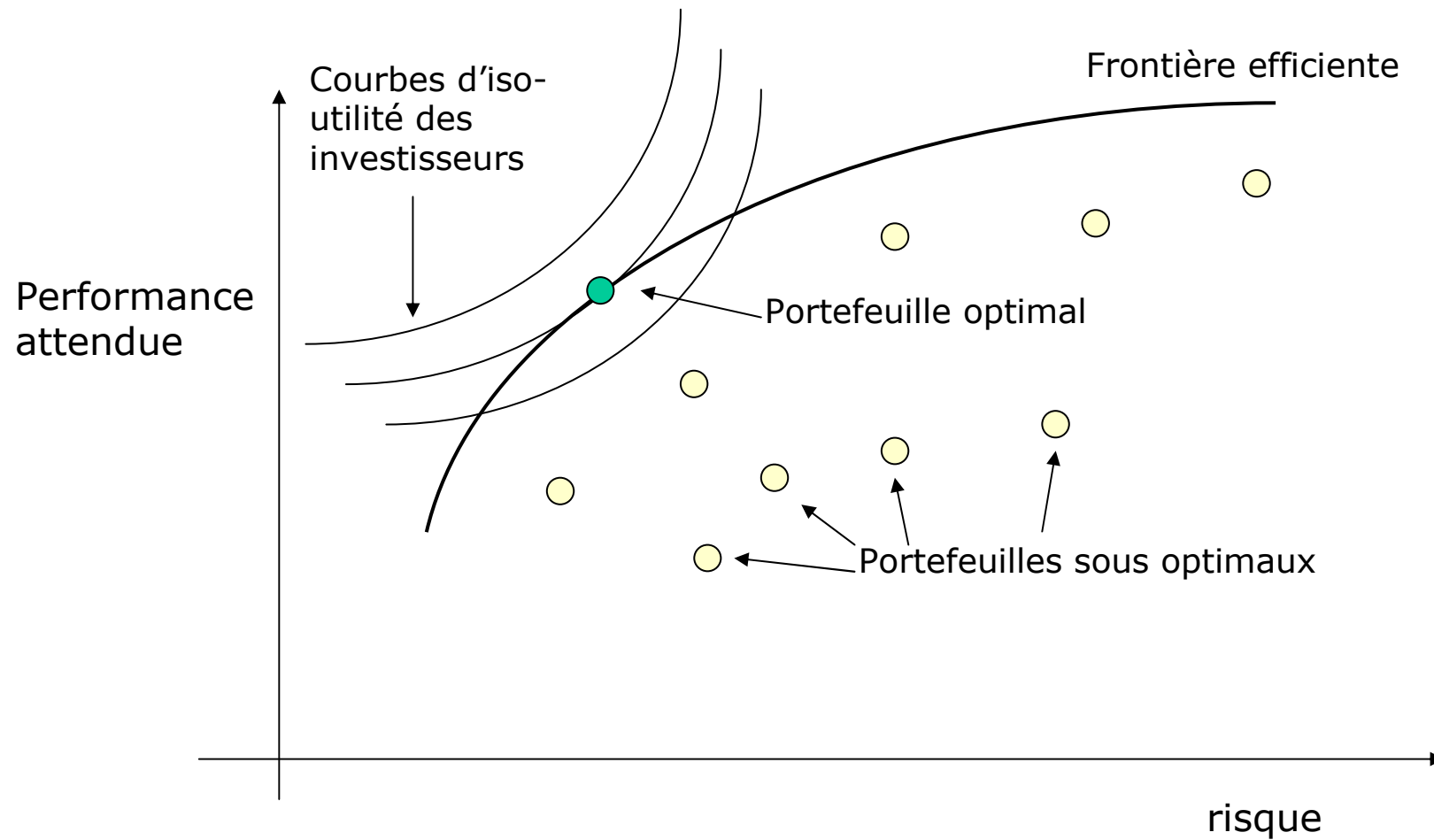
La frontière efficiente

- Un investisseur peut réduire le risque de son portefeuille simplement en détenant des actifs qui ne soient pas ou peu positivement corrélés, donc en diversifiant ses placements. Cela permet d'obtenir la même espérance de rendement en diminuant la volatilité du portefeuille.
- Chaque couple possible d'actifs peut être représenté dans un graphique risque/rendement. Pour chaque rendement, il existe un portefeuille qui minimise le risque. À l'inverse, pour chaque niveau de risque, on peut trouver un portefeuille maximisant le rendement attendu. L'ensemble de ces portefeuilles est appelé **frontière efficiente** ou **frontière de Markowitz**.
- La région au-dessus de la frontière ne peut être atteinte en détenant seulement des actifs risqués. Un tel portefeuille est impossible à construire. Les points sous la frontière sont dits sous-optimaux, et n'intéresseront pas un investisseur rationnel. François Jubin - Gestion d'Actifs - Master 203 Paris IX



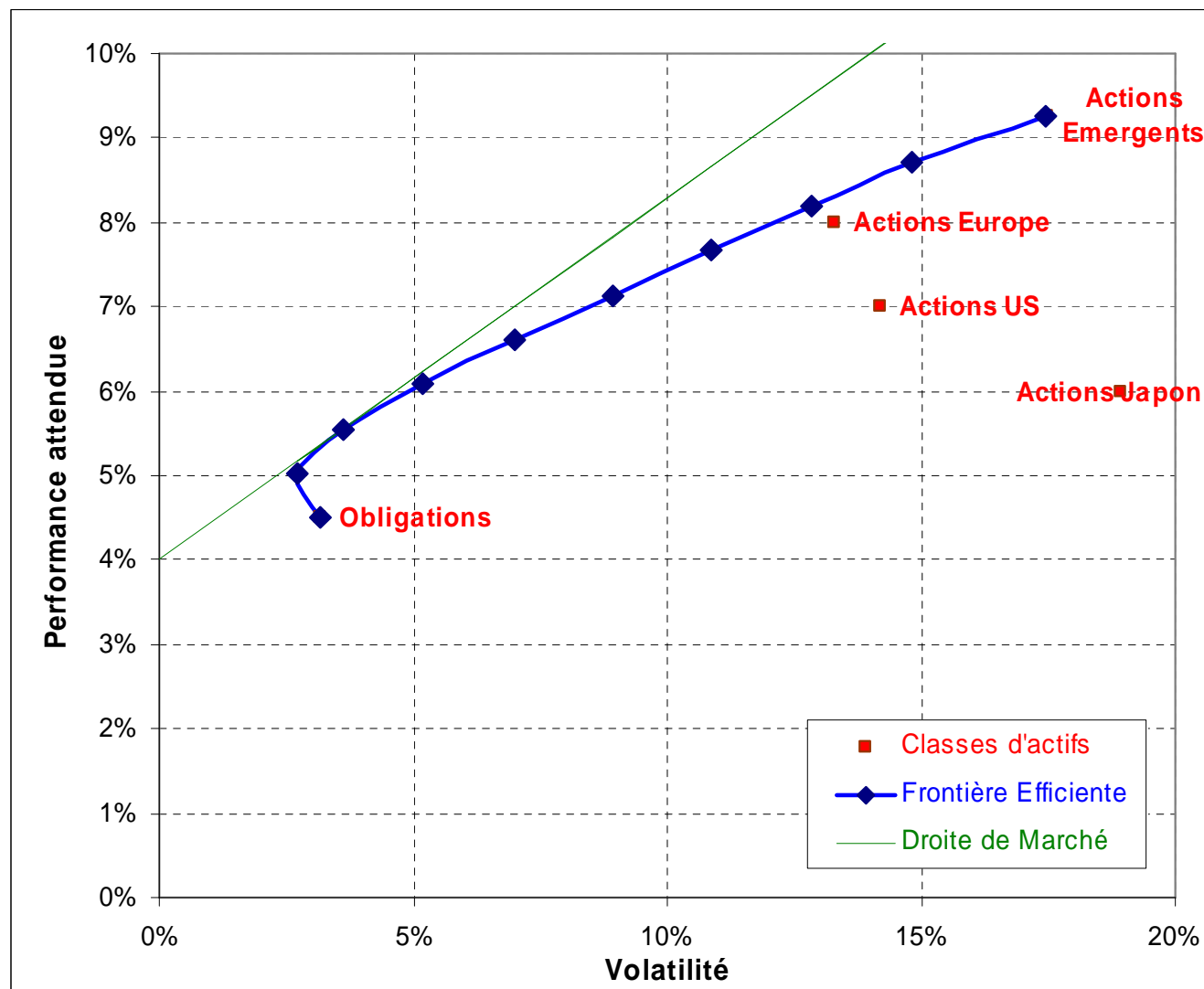
Frontière efficiente et portefeuille optimal

- Le portefeuille optimal est celui qui permet de résoudre le programme suivant $\text{Max } [E(U(W))] = \text{Max } f[E(W); SD^2(W)]$

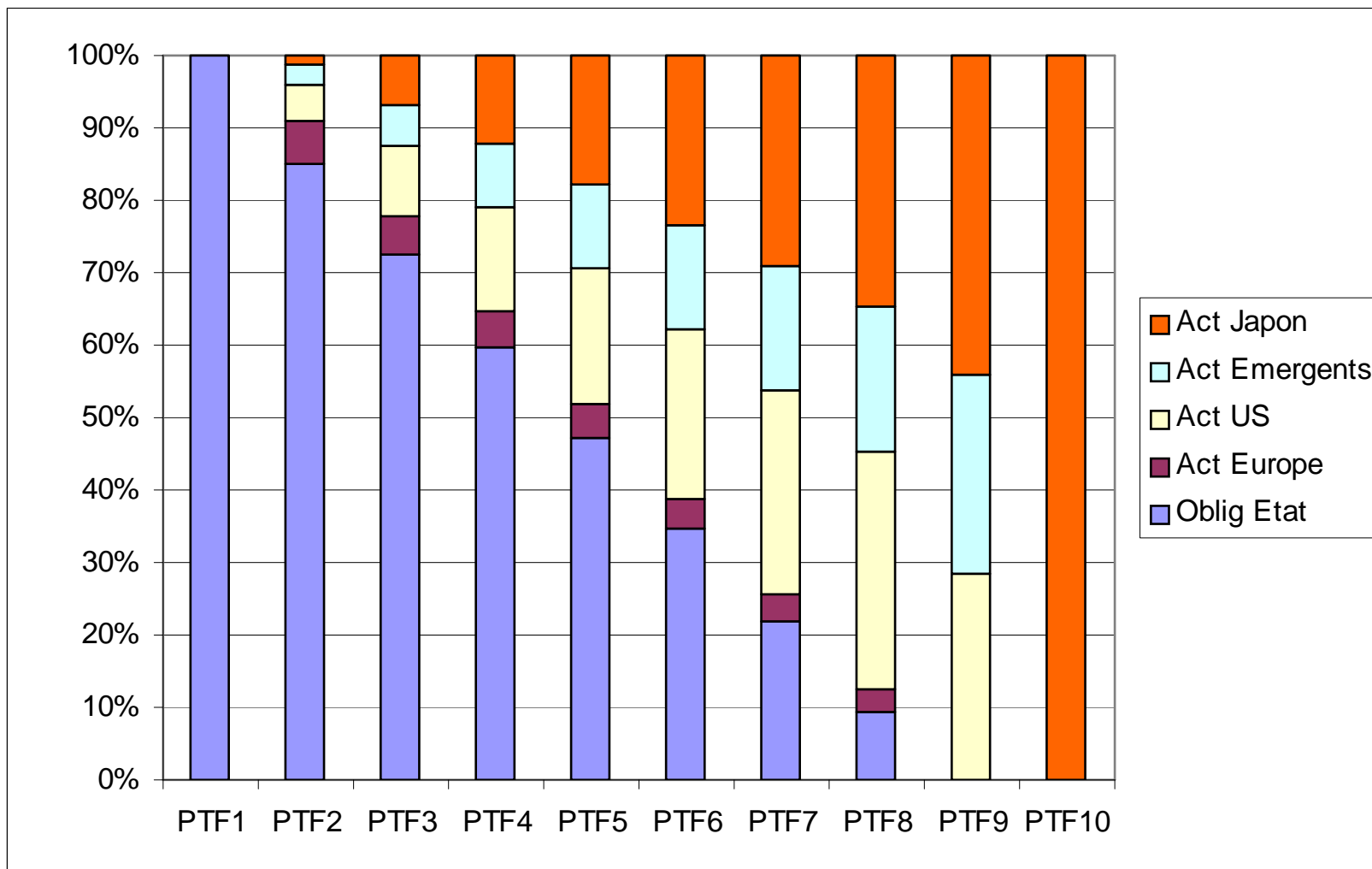


3. Application à l'allocation stratégique d'actifs : portefeuilles efficients

- Performances hebdomadaires du 31/12/2002 au 31/8/2007
- Les portefeuilles 1 et 2 dominés par la droite de marché
- Les actions européennes dominées par la frontière

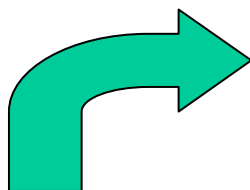


3. Application à l'allocation stratégique d'actifs : portefeuilles efficients

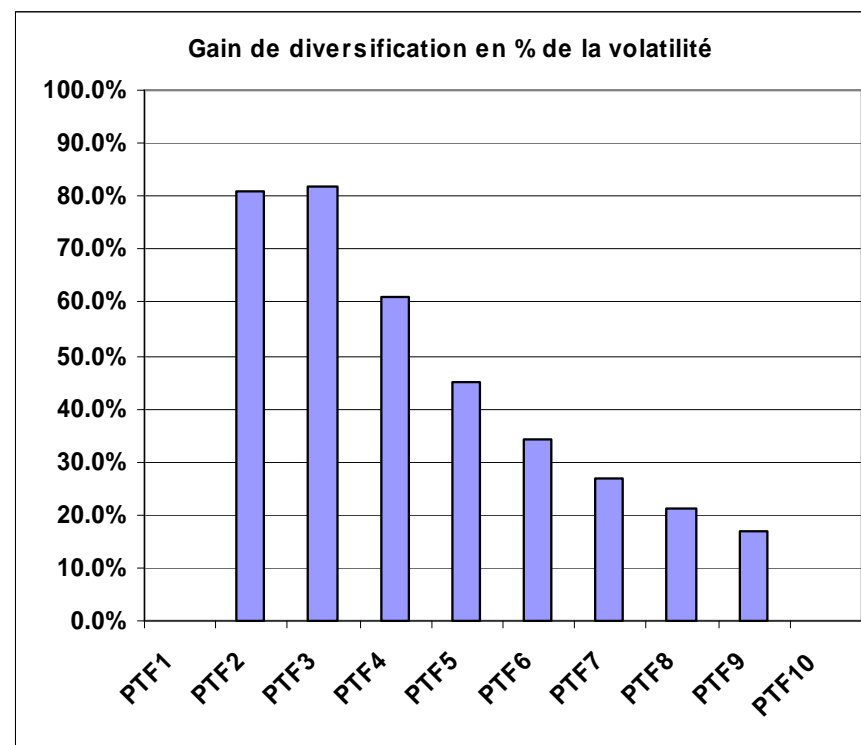


4. Avantages du modèle

- Le modèle permet de :
 - Estimer la volatilité d'un portefeuille diversifié
 - Illustrer l'intérêt de la diversification

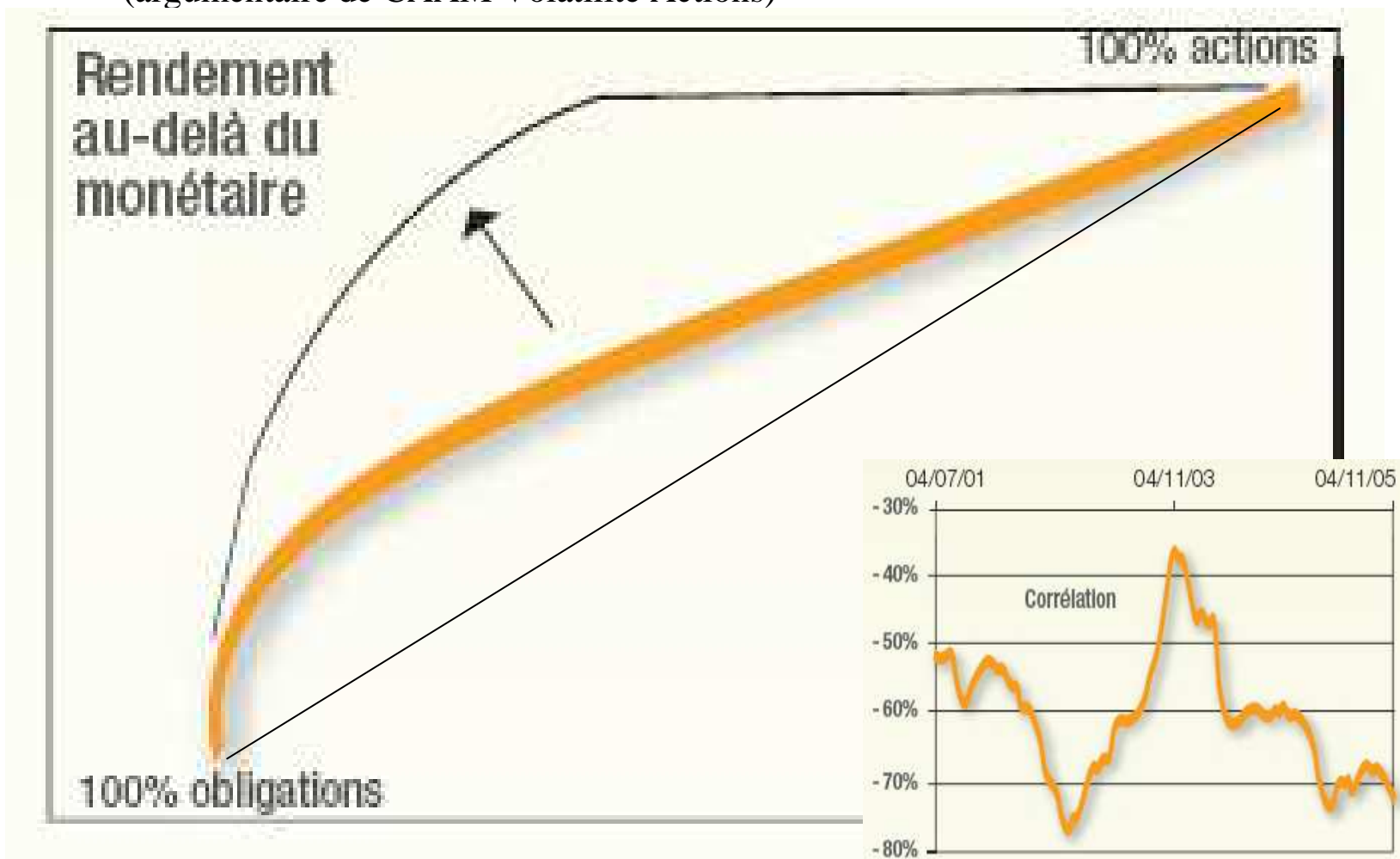


	<i>Oblig Etat</i>	<i>Act Europe</i>	<i>Act US</i>	<i>Act Emergents</i>	<i>Act Japon</i>
Oblig Etat	1.00	-0.34	-0.32	-0.31	-0.16
Act Europe	-0.34	1.00	0.79	0.76	0.49
Act US	-0.32	0.79	1.00	0.63	0.47
Act Emergen	-0.31	0.76	0.63	1.00	0.65
Act Japon	-0.16	0.49	0.47	0.65	1.00



L'intérêt de corrélations négatives

- Introduction de stratégies « Long Vol Implicite » dans une allocation d'actifs (argumentaire de CAAM Volatilité Actions)



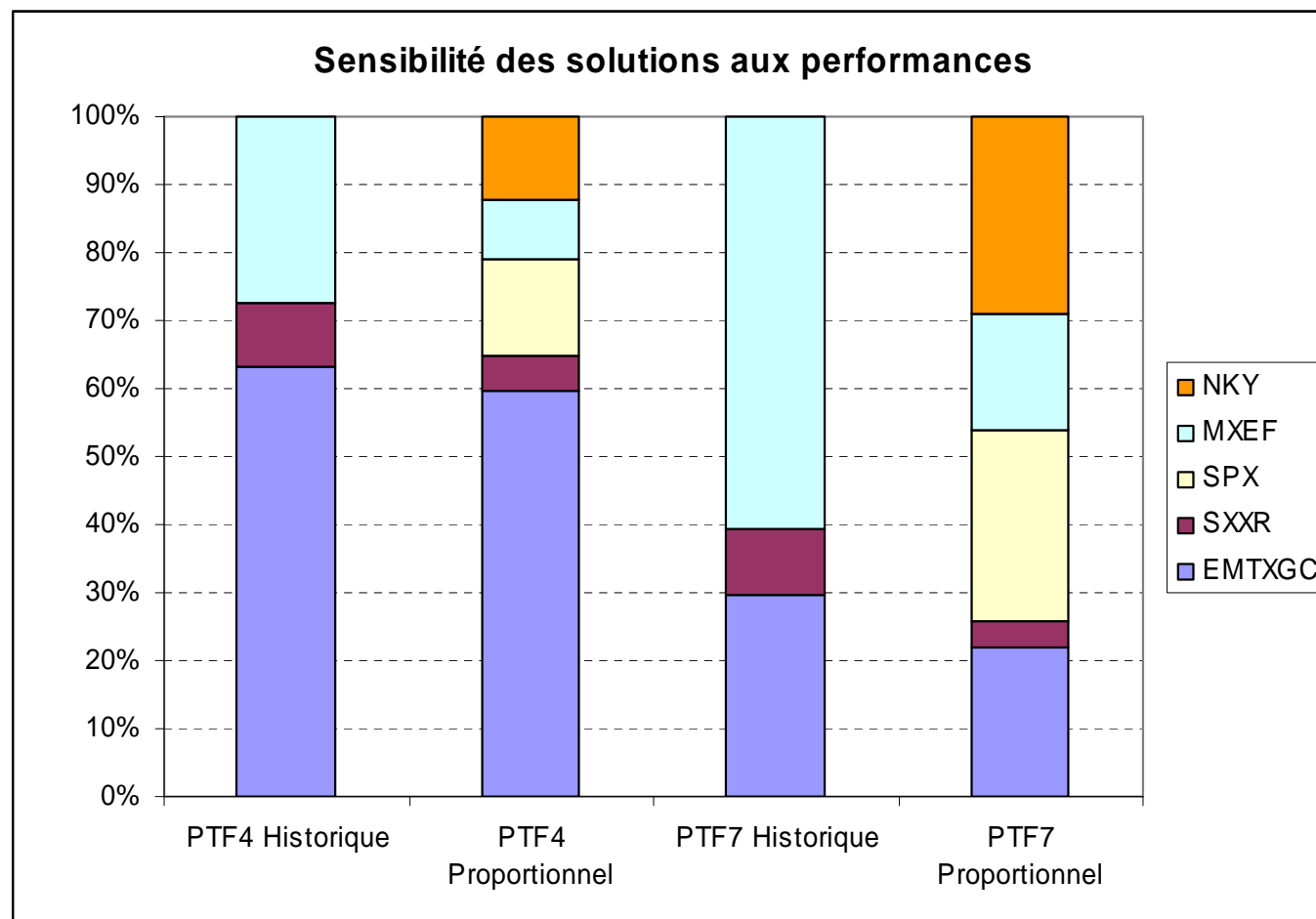
5. Limites du modèle MV Optimal

- On ne connaît rien des caractéristiques futures (performances, volatilités, corrélations) des différentes classes d'actifs. Le modèle reste très instable.

- On estime $E(r)$ à en fonction du risque et du taux sans risque (CAPM)

- La part des obligations varie peu. L'effet diversification est plus fort que celui des performances

- Celle des actions est instable : les actions sont substituables



Instabilité liée aux performances attendues

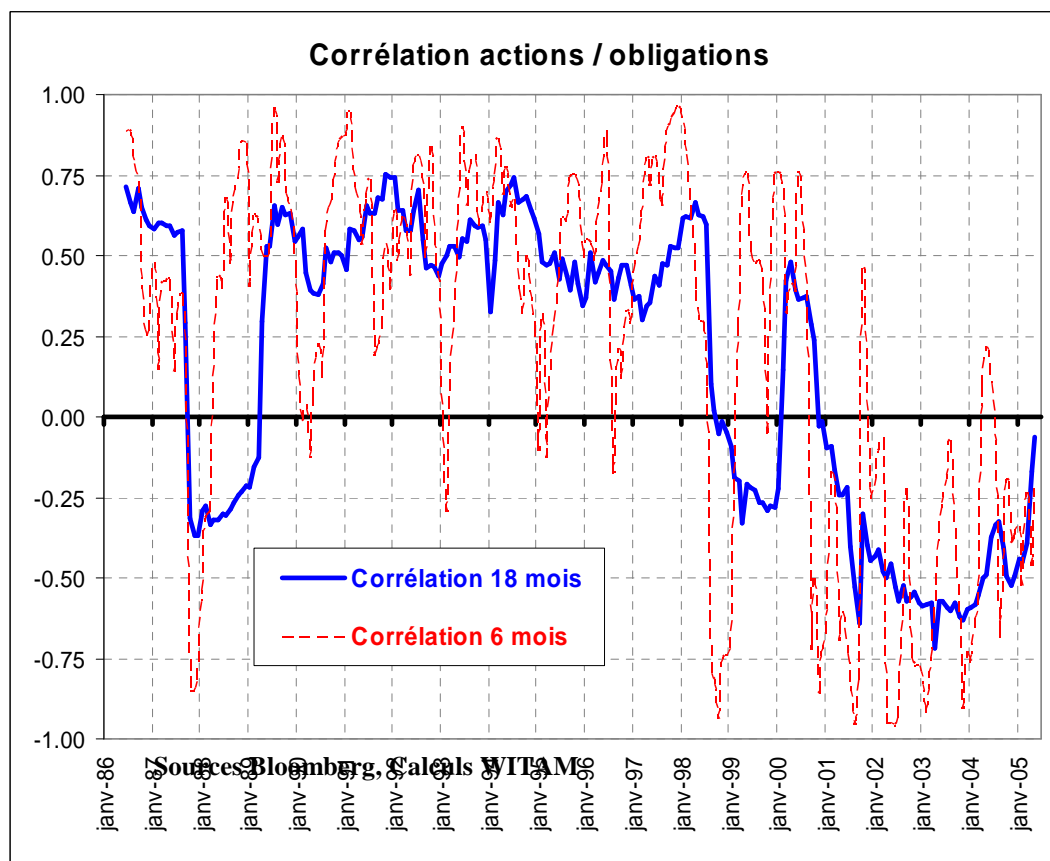
- En présence de corrélations importantes entre les actifs, une faible variation des performance entraîne une forte variation dans la détermination d'un portefeuille optimal
- Performances historiques => solutions extrêmes
 - Dans l'exemple précédent, les marchés actions sont principalement dominés par une combinaison MXEF/SXXR
 - Cela est encore plus marqué sur un portefeuille européen où les actifs sont corrélés
- Prévisions de performances => solutions peu réalistes
 - Quelles cohérences entre les prévisions

Instabilité liée aux corrélations

- Les corrélations connaissent des amplitudes majeures qui conditionnent les résultats.
 - Tenir compte des changements de régimes (ddm vs fly to quality)

Exemples où les changements de régimes sont déterminants :

- Gestion long/short actions
- Arbitrage sur obligations intra zones
- Le taux d'actualisation dans les modèles de surplus cf. séance 3



Les solutions proposées

- **Introduire des contraintes sur les poids**
 - Exemple : pas de poids supérieur à 5%
 - Une démarche schizophrénique, l'optimiseur butte rapidement sur les contraintes
- **Black Litterman**
 - Combining asset allocation with market view
 - Performances implicites du CAPM
- **Minimiser la Tracking error plutôt que la variance**
 - $\text{Min } (W-W^*) \cdot [V] \cdot (W-W^*)'$
 - Cf. CAPM
- **Finalement, l'optimisation moyenne/variance des portefeuilles est peu utilisée dans la gestion, davantage dans les travaux d'allocation d'actifs (cf. séance 3). Il s'agit avant tout d'un outil de simulation plus qu'un modèle de gestion**
 - Exception Harewood Millenium

Jeu de rôle : variations autour d'un modèle moyenne/variance

- Pour les gestionnaires: montrer l'intérêt de leur solution dans une allocation d'actifs
- Pour les investisseurs : déterminer un ensemble de portefeuilles optimaux

L e CAPM ou MEDAF

2. Le CAPM et le portefeuille de marché

- L'actif sans risque
 - Actif théorique qui rapporte le taux d'intérêt sans risque. Il est en général associé aux emprunts d'Etat à court terme. Cet actif possède une variance nulle, son rendement est donc connu à l'avance. Il n'est pas corrélé avec les autres actifs. Par conséquent, associé à un autre actif, il modifie linéairement l'espérance de rendement et la variance.
- Portefeuille de marché
 - Sachant maintenant que tous les investisseurs n'ont pas la même aversion au risque, certains choisiront de limiter leur risque en combinant par exemple une part d'actifs risqués complétée par l'actif hors risque. Pour déterminer ces types de portefeuilles "hybrides", on trace la courbe passant par l'actif hors-risque et tangente à la frontière efficiente. Ce dernier point de contact constitue le **portefeuille du marché**. Les combinaisons de portefeuille sur le segment entre l'actif hors-risque et le portefeuille du marché, dominent tous les autres portefeuilles.

Le CAPM

- La formule est une fonction de la mesure du risque systématique de l'actif, c'est-à-dire au risque non diversifiable (l'investisseur diversifiera son portefeuille directement sur le marché), noté :
- de la rentabilité espérée sur le marché, notée : $E[R_m]$
- du taux d'intérêt sans risque noté : R_f

où $E[R_m] - R_f$ représente la prime de risque du marché, c'est-à-dire le surplus de rentabilité exigé par les investisseurs lorsque ces derniers placent leur argent sur le marché, plutôt que dans un actif sans risque.

$$E(R_{actif}) = R_F + \beta_{actif} \cdot [E(R_M) - R_F]$$

Le BETA

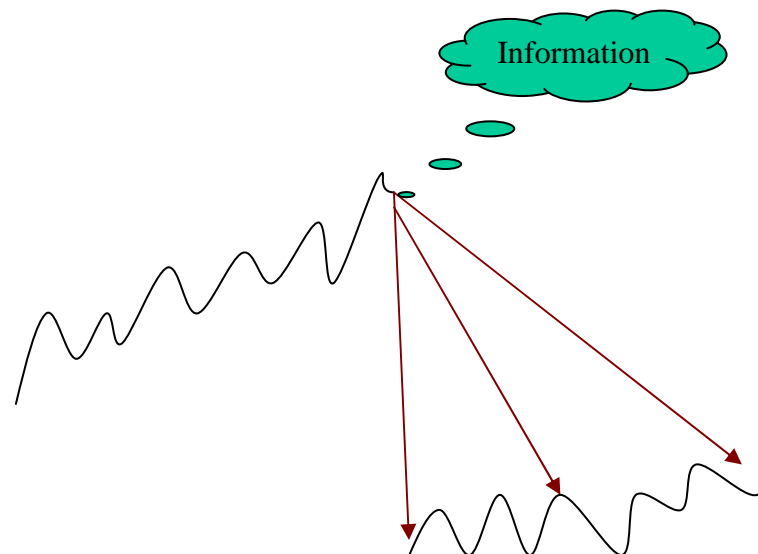
- Le β_{actif} est la volatilité de la rentabilité de l'actif considérée rapportée à celle du marché. Mathématiquement parlant, elle correspond au rapport entre la covariance de la rentabilité de l'actif et de la rentabilité du marché et la variance du risque du marché.

$$\beta_{\text{actif}} = \frac{\text{cov}(R_M, R_{\text{actif}})}{\text{var}(R_M)}$$

- Dans le CAPM, on peut montrer que ce coefficient correspond à l'élasticité financière du risque du marché par rapport au risque de l'actif.
- Problématique de l'instabilité des bêtas dans le temps
 - Beaucoup de gérants long short action utilisent les bêta donnés par les fournisseurs de logiciel/bases de données financières.
 - L'estimation de ces bêta est très instable
 - Fonction de la période sur revue
 - Le poids du risque spécifique important sur les valeurs
 - Non prise en compte de la qualité des estimations

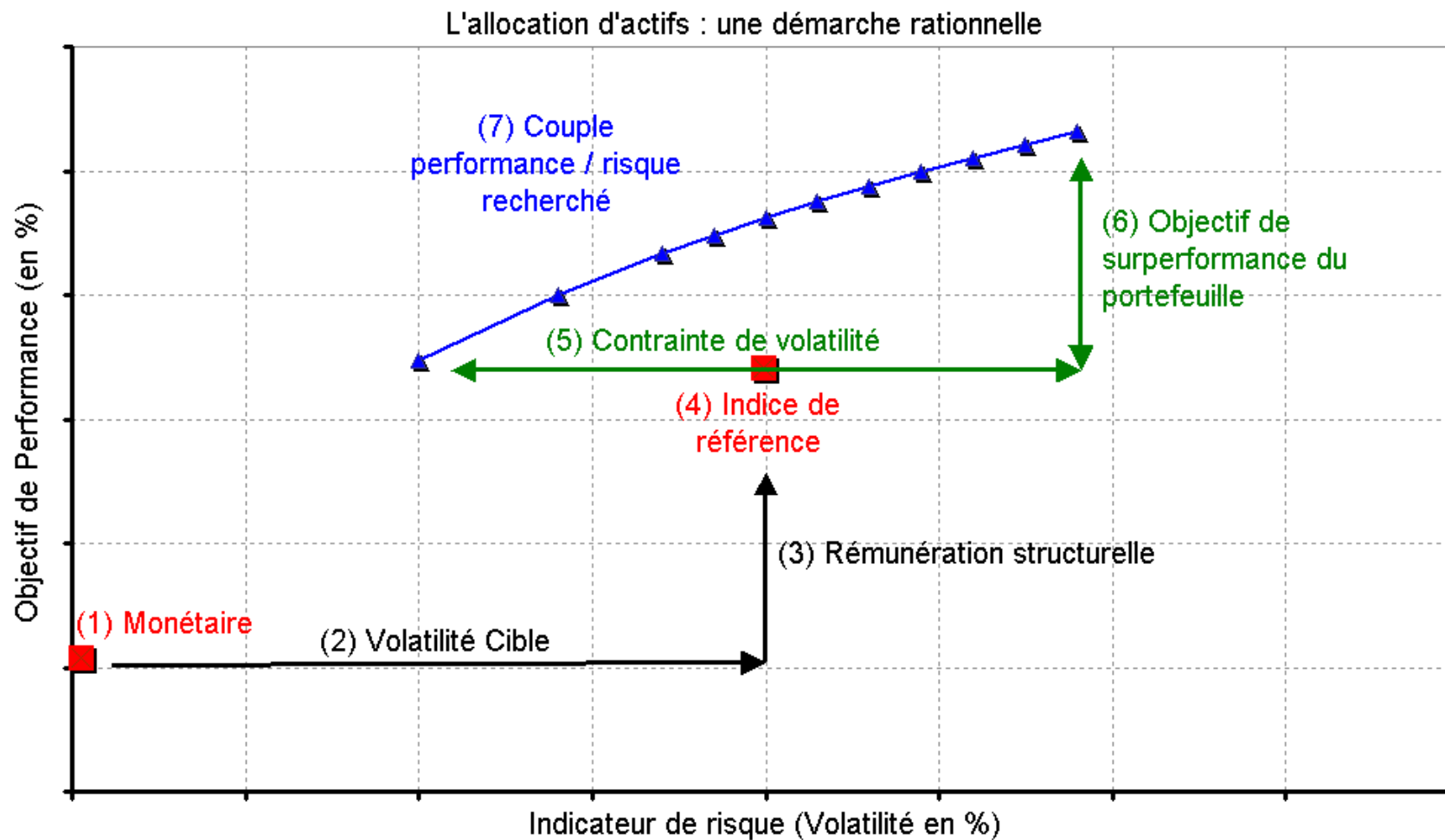
L'efficience des marchés (FAMA 1970)

- Inefficience
- Efficience faible
 - L'observation des prix passés (analyse technique) ne permet pas d'obtenir un « excess return », ce que permet l'analyse fondamentale.
 - => **Gestion active contrariante**
- Efficience semi forte
 - L'information est rapidement intégrée dans les cours. Seul l'accès privilégié à l'information permet d'obtenir un « Exess return »
 - => **Justification de la gestion indicée**
- Efficience forte
 - L'information est immédiatement intégrée dans les cours, il n'y aucune possibilité de battre le marché
 - => **Justification de la gestion indicielle**



Quelle résonance pour le modèle standard?

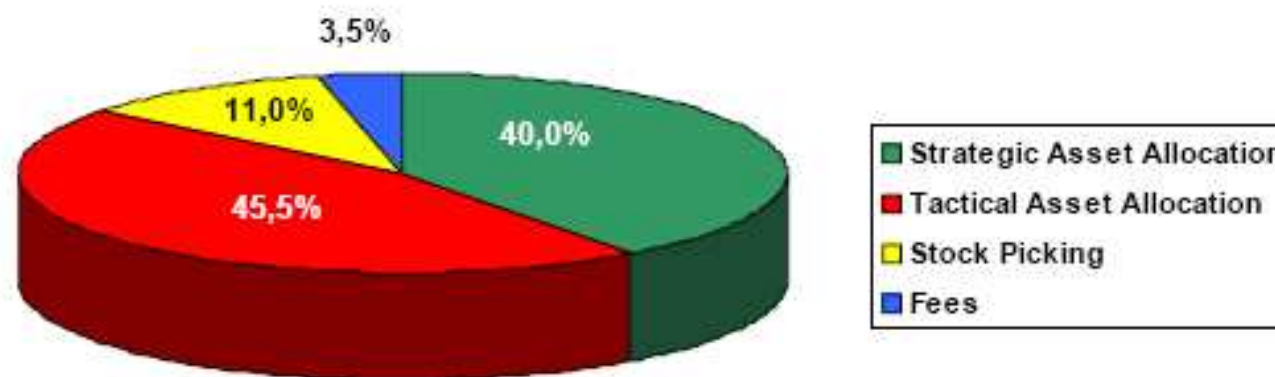
Le modèle Standard calqué sur le CAPM



Décomposition de la performance selon le CAPM

- Allocation stratégique (le bêta)
- Allocation tactique (market timing)
- Le stock picking (l'écart au portefeuille de marché)

Explication des différences de rendement entre les fonds



Source : Edhec (2001)

Le modèle Standard calqué sur le CAPM

- Type de gestion
 - Active : Battre le marché par des choix marqués
 - Passive : Reproduire le marché à moindre coût
- Approche Core / Satellite
 - Gestion passive sur l'essentiel du bilan
 - Gestion active sur des classes d'actif ou des techniques satellites (small cap, high yield, alternatif...)
- Allocation stratégiques
 - La relation linéaire entre rentabilité espérée et risque est très robuste
 - Charge à l'investisseur de se débrouiller avec sa fonction d'utilité

Cas réel d'un portefeuille multigérants

2 Calculs au 30-sept-10 Libellés	3 Portefeuille		4 Simulations sur 1 an			5 Performance depuis le :					6 Volatilité	7 Contr.	8 Scoring		
	Montants	En %	Min	Max	Moy	31/08/10	30/06/10	31/12/09	30/09/09	30/09/08	(risque)	Risque	Expér.	Tend.	Valeur
CONVICTIONS PREMIUM-LFP P	25	25.0%	-5	11	2.94	1.86	2.50	1.24	3.03	15.59	5.0	15%	1.0	1.9	
APPRECIO	25	25.0%	-7	15	3.72	1.73	4.04	7.32	8.99	21.21	6.7	20%	1.0	2.0	1.0
CARMIGNAC PATRIMOINE	20	20.0%	-9	17	4.28	-1.31	-3.05	4.23	6.34	29.58	8.0	19%	2.0	1.3	1.0
ALIENOR OPTIMAL	15	15.0%	-12	22	5.35	1.90	1.50	-5.47	-4.92	14.66	10.3	19%	1.0	0.8	
DNCA EVOLUTIF	15	15.0%	-17	32	7.36	3.65	5.55	-0.29	2.24	18.72	14.8	27%	1.0	0.9	
Portefeuille	100	100.0%	-5.7	11.9	3.1	1.4	2.0	1.9	3.7	19.9	5.4	100%	1.2	1.5	0.5
Monétaire (EONIA)	0.0	0.0%	0.5	1.0	0.74	0.0	0.1	0.3	0.4	1.8	0.1	Taux sans risque			0.70
Euro MTS Global Index Level CI	85.8	85.8%	-4.9	8.8	1.95	-1.2	2.1	4.4	4.3	15.2	4.2	Prime de risque			0.30
PROFIL PRUDENT (10% Actions)	0.0	0.0%	-3.3	6.4	1.58	0.03	0.9	1.6	2.2	4.9	2.9	Intervalle de confiance			90%
PROFIL EQUILIBRE (50% Actions)	0.0	0.0%	-19	29	5.13	0.9	2.9	4.1	6.9	7.6	14.8	Coeff réduction risque ptf			0.65
PROFIL DYNAMIQUE (80% actions)	0.0	0.0%	-31	47	7.86	1.9	3.7	4.8	9.3	5.9	23.9	Coeff réduction risque Indice			0.65
STXE 600 = NRt	14.2	14.2%	-44	65	10.66	3.4	7.2	4.7	10.1	8.0	33.2	Alpha recherché	0.78		50%
MSCI World EUR	0.0	0.0%	-36	54	8.96	1.6	1.6	6.1	12.0	2.6	27.5	Alpha estimé	3.80		242%
Indice de référence	100	100.0%	-6.5	11.1	2.3	-0.6	2.8	4.5	5.1	14.2	5.4	Tracking error estimée			3.35

Le Modèle standard de la gestion d'actifs

- Etude (2005) JP Morgan Asset Management, Maison des sciences de l'homme (MSH), WITAM auprès de 33 Multigérants
- Le modèle standard (2/3 des réponses) : Gestion active sous contrainte autour d'un indice de référence
- La multigestion suit les mêmes règles ...
 - Oui pour 2/3
 - Non pour 1/3
- Pourtant 73% des personnes pensent que la gestion active sans contrainte est un phénomène important voire déterminant

La notion de Benchmark

- Un outil destiné à mesurer la valeur ajoutée de la gestion (80%)
 - Seulement 60% des multigestionnaires déterminent les meilleurs gérants à partir de cet indice...
 - Et plus de 80% l'utilisent pour mettre en avant leur valeur ajoutée
- Un outil de dialogue (55%)
- Avec un rôle structurant pour la profession (27%)

La théorie du portefeuille optimal

- 85% jugent son impact réel limité
 - 67% la limite à l'apport d'un cadre conceptuel
 - 18% sans effet
- Les utilisateurs systématiques en multigestion représentent 15% des réponses
- La multigestion : une gestion active permettant de réaliser des paris forts ... tout en diversifiant les sources de risque
 - Le nombre de gérants dans un portefeuille est en général inférieur à 20

L'efficacité Informationnelle des marchés

- Indexation et efficacité
 - 60% n'y voient pas ou peu de lien avec l'indexation
 - 36% établissent une relation de cause à effet
- Les multigérants recherchent des gérants qui possèdent
 - un avantage informationnel (36%)
 - un avantage de modélisation (19%)
 - Qu'importe le flacon...(45%)
- Seuls 58% des multigérants estiment que cette notion s'applique à leur métier

La Mesure de Performance

- L'alpha n'est pas tout
 - Seul 18% lui font confiance pour sélectionner les gérants
 - 58% estiment qu'il s'agit d'un bon indicateur de qui fait quoi
- Les études de persistance de la performance
 - Valides pour 67% des personnes
 - Inefficaces pour 21%
- Décomposition allocation stratégique (70) , tactique (20) et choix de titres (10)
 - 67% valident cette décomposition
 - 58% y voient une justification de la valeur ajoutée de la multigestion

Le modèle standard à la recherche de libertés

Le développement actuel de la multigestion semble indissociable de celui de la **gestion dite " active et non benchmarkée "**. Celle-ci s'écarte du modèle standard (gestion sous contrainte par rapport à un indice) et s'exprime au travers d'OPCVM à tracking error large, style, performance absolue, etc. Ces gestions actives constituent la cible de prédilection des multigérants. Ces derniers se voient confier un rôle de détection, d'assemblage et de suivi des bons gérants pour construire des portefeuilles correspondant aux investisseurs finaux.

- Côté demande, le traitement réservé par le modèle standard aux objectifs de l'investisseur final (fonction d'utilité, hypothèses comportementales) s'est traduit dans l'industrie par l'utilisation des études d'allocation dites stratégiques. Le postulat du benchmark a permis aux gestionnaires de **reporter le risque patrimonial sur l'investisseur** : celui-ci détermine " son risque " aussitôt traduit en benchmark et le gérant gère par rapport à cette contrainte.
- Le modèle standard est ainsi à l'origine d'une **organisation industrielle commode** qui s'est généralisée. Les difficultés rencontrées par les allocations stratégiques pour rendre compte fidèlement des attentes des investisseurs finaux remettent cependant en question cette organisation et créent un espace intermédiaire pour le développement de la multigestion active.
- Les approches " Core Satellite " en vogue chez les institutionnels occupent quant à elles un positionnement intermédiaire, reconnaissant à la fois certains mérites au modèle standard (core) et ses limites (satellites) en favorisant les pôles d'expertises. En pratique, on constate que l'usage du modèle standard tend à se limiter à une boîte à outils (mesure de performance en particulier), le reste de l'apport théorique demeurant au stade de concepts ne trouvant plus d'application dans le monde réel. Mais si c'est le cas, existe-t-il un " modèle " de remplacement ?

Modèle d'évaluation par arbitrage (APT)

Le modele d'évaluation par arbitrage (APT)

- Arbitrage Pricing Theory (S. Ross – 1976)
- Equivalent multi-bêtas du MEDAF
- Répond aux critiques suivantes du MEDAF :
 - Pas de nécessité d'avoir des fonctions d'utilité quadratiques
 - Pas d'hypothèse sur la distribution des rentabilités
 - Pas de notion de portefeuille de marché (problème de non observabilité du portefeuille de marché)
 - Plusieurs facteurs de risque

$$\tilde{r}_i = \bar{r}_i + b_{i1}\tilde{f}_1 + \dots + b_{iK}\tilde{f}_K + \tilde{u}_i \quad (i = 1, 2, \dots)$$

$$\bar{r}_i \simeq r_F + b_{i1}(\bar{r}_{f1} - r_F) + \dots + b_{iK}(\bar{r}_{fK} - r_F)$$

Les modèles APT dans la pratique

- Facteurs définis « a priori »
 - Avantages : Facteurs observables et connus
 - Inconvénient : Multicolinéarité

- Facteurs définis « a posteriori »
 - Recherche des facteurs par APT
 - Avantage : Les facteurs sont orthogonaux
 - Inconvénient : interpréter les facteurs

- Auxquels s'ajoutent les problèmes usuels de l'économétrie
 - Hypothèse sur la distribution
 - Stabilité des coefficients

APT avec facteurs « a priori »

- Fama-French (1996) : three factor model.
 - Market factor: Return on market index minus its mean
 - Size factor: Return on small stocks minus return on large stocks (SML)
 - Book-to-market factor: Return on high book-to-market stocks minus return on low book-to-market stocks (HML)
- $r - rF = b_{Mkt}(5.2) + b_{SML}(3.2) + b_{HML}(5.4)$.

	Three-Factor Model			CAPM	
	b_{Mkt}	b_{SML}	b_{HML}	Premium	Premium
Aircraft	1.15	0.51	0.00	7.54	6.43
Banks	1.13	0.13	0.35	8.08	5.55
Chemicals	1.13	-0.03	0.17	6.58	5.57
Computers	0.90	0.17	-0.47	2.49	5.29
Construction	1.21	0.21	-0.09	6.42	6.52
Food	0.88	-0.07	-0.03	4.09	4.44
Petroleum & gas	0.95	-0.35	0.21	4.93	4.32
Pharmaceuticals	0.84	-0.25	-0.63	0.09	4.71
Tobacco	0.86	-0.04	0.24	5.56	4.08
Utilities	0.79	-0.20	0.38	5.41	3.39

Modèle BARRA (gestion actions)

- *industry*. Cet attribut distingue les sociétés selon leur secteur d'activité industrielle. L'exposition est souvent binaire, c'est-à-dire égale à 1 si la société appartient à l'industrie considérée et à 0 dans le cas contraire. Lorsqu'une société a des activités dans plusieurs secteurs industriels, l'exposition est égale au pourcentage d'activité dans ce secteur ;
- *size*. Cet attribut distingue les sociétés selon leur taille. La taille est généralement mesurée par le logarithme de la capitalisation boursière ;
- *value*. Cet attribut mesure si une société est « chère » sur le marché boursier, par rapport aux données comptables fondamentales (résultat, *cash flow*, valeur comptable) ;
- *growth*. Cet attribut distingue les sociétés selon le taux de croissance passé et prévisible de leurs bénéfices ;
- *earnings volatility*. Cet attribut distingue les sociétés selon la volatilité passée de leurs bénéfices ;
- *financial leverage*. Cet attribut distingue les sociétés selon les ratios d'endettement et l'exposition au risque de taux d'intérêt ;
- *currency*. Cet attribut distingue les sociétés selon leur exposition au risque de change en se fondant sur un indicateur de leur pourcentage d'activité à l'étranger ;
- *volatility*. Cet attribut distingue les sociétés selon la volatilité de leur cours boursier. Ce facteur est lié au facteur du modèle de marché ;
- *liquidity*. Cet attribut distingue les sociétés selon le volume de transaction en bourse de leur titre ;
- *momentum* ou *success*. Cet attribut distingue les sociétés en fonction de la performance boursière récente de leur titre .

APT avec facteurs « a posteriori »

- Présentation du modèle WACP
- Et aussi Modèle APT www.apt.com
 - Classement des fonds dans « Le Monde »

Behavioral finance

- **Faits saillants**
 - Beauty contest – J.M. Keynes (1936)
 - Price to Price feedback and Real economy to asset prices feedback – R Shiller / D Akerloff (2009) Animal Spirits
 - Wealth effect influences consumption and saving
 - Asset prices influences corporate investment

- <http://important.behaviouralfinance.net/>

Références

- Markowitz, Harry M. (1952). Portfolio Selection, *Journal of Finance*, 7 (1), 77-91.
- Sharpe, William F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk, *Journal of Finance*, 19(3), 425-442.
- Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets, *Review of Economics and Statistics*, 47
- Tobin, James (1958). Liquidity preference as behavior towards risk, *The Review of Economic Studies*, 25, 65-86.